

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное агентство по образованию  
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

***И. Т. Рожков***

# **ОСНОВЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ РАДИОФИЗИКИ**

**Часть 3**

***Учебное пособие***

Издание 2-е, переработанное и дополненное

*Рекомендовано  
Научно-методическим советом университета  
для студентов, обучающихся по специальности  
Радиофизика и электроника*

Ярославль 2009

УДК 3 841-017я73  
ББК 537.86:519.22  
Р 63

*Рекомендовано  
Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного издания. План 2009 года*

Рецензенты:  
кафедра радиолокации и радиотехнических систем ЯВЗРУ ПВО;  
В. Е. Туров, кандидат технических наук, профессор

**Рожков, И. Т.** Основы статистической радиофизики : учебное пособие  
Р 63 / И. Т. Рожков. – 2-е изд., перераб. и доп.; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Де-  
мидова. – Ярославль: ЯрГУ, 2009. – Ч. 3. – 112 с.  
ISBN 978-5-8397-0671-2

Рассмотрены основные вопросы выборочной статистики случайных величин и процессов; дана оценка параметров сигналов при наличии помех; приведены решения задач по определению различных характеристик.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальности 010801.65 Радиофизика и электроника (дисциплина "Статистическая радиофизика", блок ДС), очной формы обучения.

УДК 3 841-017я73  
ББК 537.86:519.22

© Ярославский государственный  
ISBN 978-5-8397-0671-2 университет им. П. Г. Демидова, 2009

Учебное издание

**Рожков Иван Трофимович**

## **Основы статистической радиофизики**

### **Часть 3**

Издание 2-е, переработанное и дополненное  
*Учебное пособие*

Редактор, корректор И. В. Бунакова  
Верстка И. Н. Иванова

Подписано в печать 05.10.2009. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бум. офсетная.  
Гарнитура "Times New Roman". Усл. печ. л. 6,51. Уч.-изд. л. 5,18.  
Тираж 100 экз. Заказ .

Оригинал-макет подготовлен в редакционно-издательском отделе  
Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова.  
Отпечатано на ризографе.

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова.  
150000, Ярославль, ул. Советская, 14.

## Предисловие

Первая часть учебного пособия, опубликованного издательством Ярославского зенитного ракетного института противовоздушной обороны в 1999 году, содержит две главы, в которых даны основы статистических случайных величин и процессов, имеющих место в радиофизических системах и устройствах.

Вторая часть вышла в свет в Ярославском государственном университете им. П. Г. Демидова в 2007 году. Она также содержит две главы, посвященные преобразованию случайных величин и процессов нелинейными безынерционными и линейными устройствами.

В третью часть учебного пособия включен материал по математической статистике, который наряду с другими вопросами имеет большое значение, особенно при выполнении расчетов по выборочным значениям исследуемых случайных величин и процессов, получаемых экспериментально.

В каждой части учебного пособия поэтапно раскрываются вопросы, входящие в рабочую программу дисциплины «Статистическая радиофизика».

Ряд задач, приведенных с решением и для самостоятельного решения, составлены автором и решались на групповых занятиях студентов.

Следует отметить, что рассмотрение задач с решениями по различным вопросам излагаемого материала позволяет студентам быстрее и качественнее усвоить изучаемый предмет.

# 1. ВЫБОРОЧНАЯ СТАТИСТИКА И ЕЕ ПАРАМЕТРЫ

## 1.1. Введение

В настоящей главе кратко описаны различные статистические методы, которые широко применяются при решении встречающихся задач, связанных с оцениванием характеристик случайных процессов.

Область математической статистики чрезвычайно обширна, в ней можно выделить несколько направлений. Нам достаточно рассмотреть следующие:

- теорию выборок, посвященную методам формирования выборок из генеральной совокупности экспериментальных данных, объем которой настолько велик, что не позволяет проанализировать ее целиком;

- теорию оценок, определяющую методы и способы оценки неизвестных параметров распределений совокупности или решения задачи предсказания исходя из экспериментальных данных;

- проверку статистических гипотез (тесты), используемую для определения распределений экспериментальных данных более правдоподобно;

- регрессионный анализ, задачей которого является подбор математических формул, наилучшим образом описывающих экспериментальные данные;

- дисперсионный анализ, позволяющий оценить разброс экспериментальных данных и сопоставить его с конкретной ситуацией, к которой относятся данные.

Эти направления проиллюстрируем на ряде задач.

## 1.2. Теория выборок и выборочное среднее

Введем некоторые определения, которые далее будем использовать.

**Выборкой** называют последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин. Примером выборки

могут служить независимые отсчеты напряжения шума на выходе любого радиоприемника:  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , где  $n$  – число отсчетов (объем выборки). Зная величины  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , можно построить приблизительные значения для функций распределения и других характеристик случайного шума.

Всю совокупность отсчетов будем называть **генеральной совокупностью**.

*Случайной выборкой*, или просто выборкой, называют часть генеральной совокупности, наугад отобранную из нее. Слово «наугад» означает, что вероятности выбора любого отсчета генеральной совокупности одинаковы.

Это очень важное предположение, однако часто трудно удостовериться в его справедливости.

Выборка характеризуется различными параметрами: *средним, дисперсией, функцией корреляции* и т. д. Наиболее важный параметр – это выборочное среднее. При этом среднее значение для выборки измеренных величин  $x_i$  называют **эмпирическим выборочным средним**. Можно ожидать, что эмпирическое выборочное среднее не будет заметно отличаться от среднего генеральной совокупности, из которой эта выборка сформирована.

Для данной конкретной выборки ее выборочное среднее выражается как среднее арифметическое формулой:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (1.2.1)$$

где  $x_i$  – значения элементов выборки. В качестве  $x_i$  может быть любой физический параметр, например: амплитуда, частота, временной интервал и т. п. Для различных выборок при одинаковых  $n$  значение  $\bar{x}$  будет различным. Поэтому  $\bar{x}$  рассматривается как случайная величина. Выборочное среднее удобнее обозначать как [2]:

$$\hat{\bar{x}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad (1.2.2)$$

где  $X_i$  – случайные величины с плотностью распределения вероятностей  $f(x)$ , принадлежащей генеральной совокупности. Среднее значение по (1.2.2) называется **генеральным средним** или является оценкой генерального среднего. Поскольку выборочное