

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова
Кафедра регионоведения и туризма

Математика

Методические указания

Рекомендовано
Научно-методическим советом университета для студентов,
обучающихся по специальности
Социально-культурный сервис и туризм

Ярославль 2009

УДК 51:37
ББК В 1я73
М 34

*Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2009/10 года*

Рецензент
кафедра регионоведения и туризма ЯрГУ им. П. Г. Демидова

Составитель А. О. Толбей

Математика: метод. указания / сост. А. О. Толбей; Яросл.
М 34 гос. ун-т им. П. Г. Демидова. – Ярославль : ЯрГУ, 2009. –
55 с.

Методические указания составлены в соответствии с Государственным образовательным стандартом. Приведены индивидуальные задания, содержащие 25 вариантов. Студент выполняет одну задачу из каждого задания с номером, соответствующим его варианту. По своему усмотрению преподаватель может использовать материалы указаний для проведения контрольных и самостоятельных работ, выполнения домашних заданий.

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 100103.65 Социально-культурный сервис и туризм (дисциплина «Математика и информатика», блок ЕН), очной формы обучения.

УДК 51:37
ББК В 1я73

© Ярославский государственный
университет им. П. Г. Демидова,
2009

Изучение курса «Математика» начинается с освоения темы «Линейная алгебра» как одной из основополагающих тем современной математики. Студент знакомится с понятиями линейной алгебры; осваивает основные приемы решения практических задач, что способствует развитию четкого логического мышления.

За время изучения курса студент должен приобрести:

- умение использовать математический аппарат дисциплины при решении стандартных задач;
- умение оперировать понятиями и методами дисциплины, используемыми в дальнейшей учебной и профессиональной деятельности.

1. Матрицы и операции над ними

Матрицей называется прямоугольная таблица чисел

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Обозначения: A – матрица, a_{ij} – элемент матрицы, i – номер строки, в которой стоит данный элемент, j – номер соответствующего столбца; m – число строк матрицы, n – число ее столбцов.

Матрица называется **квадратной**, если $m = n$. Число n в этом случае называют **порядком** квадратной матрицы. Элементы $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ квадратной матрицы порядка n образуют ее **главную диагональ**.

Например, $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 5 & 4 \\ -1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ – квадратная матрица третьего порядка. Главная диагональ матрицы $a_{11} = 2, a_{22} = 5, a_{33} = 7$.

Матрицы одинаковой размерности называются **равными**, если у них соответственно равны элементы, стоящие на одинаковых местах.

Матрица называется **нулевой**, если все ее элементы равны 0.

Квадратная матрица называется **единичной**, если элементы, стоящие на ее главной диагонали, равны 1, а остальные равны 0.

Например, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ – нулевая матрица второго порядка,

$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ – единичная матрица четвертого порядка.

Транспонированием матрицы называется операция, в результате которой меняются местами строки и столбцы с сохранением порядка их следования. В результате получается матрица A^T (может обозначаться A'), называемая **транспонированной** по отношению к матрице A , элементы которой связаны с элементами A соотношением $a'_{ij} = a_{ji}$:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Например, $A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad A^T = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$

1.1. Линейные операции над матрицами

Суммой матриц A и B одинаковой размерности $m \times n$ называется матрица C той же размерности, каждый элемент которой равен сумме элементов матриц A и B , стоящих на тех же местах: $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$.

Пример 1.1. Найти сумму матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение.

Вычислим элементы матрицы $C = A + B$, складывая элементы исходных матриц, стоящие на одинаковых местах:

$$\begin{aligned} c_{11} &= a_{11} + b_{11} = 1 + (-1) = 0; & c_{12} &= a_{12} + b_{12} = -2 + 4 = 2; & c_{13} &= a_{13} + b_{13} = 4 + 0 = 4; \\ c_{21} &= a_{21} + b_{21} = 0 + 5 = 5; & c_{22} &= a_{22} + b_{22} = 2 + (-3) = -1; & c_{23} &= a_{23} + b_{23} = 7 + (-1) = 6. \end{aligned}$$

Следовательно, $A + B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 5 & -1 & 6 \end{pmatrix}$.

Произведением матрицы на число называется матрица той же размерности, что и исходная, все элементы которой равны элементам исходной матрицы, умноженным на данное число:

$$B = \lambda A, \quad b_{ij} = \lambda a_{ij} \text{ для } i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n.$$

Разность матриц $A - B$ можно определить так: $A - B = A + (-B)$.

Пример 1.2. Найти матрицу $2A - 3B$, если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 2 & 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}.$$

Решение.

$$\begin{aligned} 2A &= \begin{pmatrix} 6 & -2 & 8 \\ 4 & 10 & 0 \end{pmatrix}, \quad 3B = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 6 \\ 6 & 3 & -12 \end{pmatrix}, \quad 2A - 3B = \begin{pmatrix} 6-3 & -2-9 & 8-6 \\ 4-6 & 10-3 & 0+12 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 3 & -11 & 2 \\ -2 & 7 & 12 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Итак, $2A - 3B = \begin{pmatrix} 3 & -11 & 2 \\ -2 & 7 & 12 \end{pmatrix}$.

Операции сложения матриц и умножения матрицы на число обладают следующими **свойствами**:

1. $A+B=B+A$;
2. $A+(B+C)=(A+B)+C$;