

УДК 517.5

---

Интернет-магазин  
**MATHESIS**

<http://shop.rcd.ru>

- физика
  - математика
  - биология
  - нефтегазовые технологии
- 

**Женсыкбаев А. А.**

Проблемы восстановления операторов. — Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003, 412 стр.

Исследуются задачи оптимального восстановления функций, линейных функционалов и операторов, теория гауссовых формул восстановления на различных чебышевских системах. Освещаются результаты исследований последнего времени, имеющие в том или ином смысле окончательный характер. Особое внимание уделяется методам исследований, которые могут быть использованы в решении ряда других задач.

Для научных работников в теоретических и прикладных областях математики, специалистов в теории приближений, студентов и аспирантов математических специальностей.

Библиогр. 246 назв.

**ISBN 5-93972-268-7**

© А. А. Женсыкбаев, 2003

© Институт компьютерных исследований, 2003

<http://rcd.ru>

<http://ics.org.ru>

# Оглавление

<b>ПРЕДИСЛОВИЕ</b> . . . . .	8
<b>ГЛАВА 1. ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ</b> . . . . .	11
§ 1. Задачи восстановления . . . . .	11
§ 2. О наилучшем восстановлении операторов . . . . .	16
§ 3. О наилучшем восстановлении функционалов . . . . .	26
§ 4. Примеры восстановления . . . . .	38
§ 5. Сплайны в решении задач восстановления . . . . .	43
§ 6. Сплайн-функции . . . . .	54
<b>ГЛАВА 2. ВСПОМОГАТЕЛЬНАЯ</b> . . . . .	57
§ 1. О кусочно-непрерывных функциях . . . . .	57
§ 2. Полиномиальные сплайны . . . . .	64
§ 3. Чебышевские системы . . . . .	70
§ 4. Понятие степени отображения . . . . .	84
<b>ГЛАВА 3. ГАУССОВЫ ФОРМУЛЫ</b> . . . . .	86
§ 1. Постановка задачи . . . . .	86
§ 2. О порядке точности формул восстановления . . . . .	88
§ 3. О коэффициентах гауссовой квадратуры для $ET$ -систем . . . . .	92
§ 4. Формулы Гаусса для $ET$ -систем . . . . .	96
§ 5. Коэффициенты для $WT$ -систем . . . . .	108
§ 6. Гауссовы формулы для $WT$ -систем . . . . .	112
§ 7. О восстановлении функционалов, не обладающих свойством положительности . . . . .	115
§ 8. Некоторые примеры . . . . .	129
<b>ГЛАВА 4. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ОПЕРАТОРОВ</b> . . . . .	133
§ 1. Постановка задачи . . . . .	133
§ 2. Минимизация функционала . . . . .	135
§ 3. Существование сглаживающего элемента . . . . .	139
§ 4. Восстановление операторов . . . . .	148
§ 5. Оптимальное восстановление операторов . . . . .	154

<b>ГЛАВА 5. МОНОСПЛАЙНЫ</b> . . . . .	160
§ 1. Предварительные замечания . . . . .	160
§ 2. Определения, обозначения . . . . .	161
§ 3. Оценки количества нулей моносплайнов . . . . .	168
§ 4. Моносплайны, имеющие полные наборы нулей . . . . .	172
§ 5. Замыкание множества моносплайнов, имеющих полный набор нулей . . . . .	177
§ 6. Замыкание множеств моносплайнов минимального дефекта .	191
<b>ГЛАВА 6. ТЕОРЕМЫ О НУЛЯХ</b> . . . . .	201
§ 1. Моносплайны минимального дефекта . . . . .	202
§ 2. Периодические моносплайны минимального дефекта . . . . .	207
§ 3. Связь задачи о нулях с гауссовыми квадратурами . . . . .	211
§ 4. Моносплайны с кратными узлами . . . . .	213
§ 5. Периодические моносплайны с кратными узлами . . . . .	228
§ 6. О моносплайнах с разрывной мерой . . . . .	231
<b>ГЛАВА 7. ТЕОРЕМЫ ОБ УЖАХ И СРАВНЕНИЯ</b> . . . . .	233
§ 1. Теоремы об ужах . . . . .	233
§ 2. Теоремы сравнения по дефектам . . . . .	242
§ 3. Теоремы сравнения по мере . . . . .	255
<b>ГЛАВА 8. МОНОСПЛАЙНЫ МИНИМАЛЬНОЙ НОРМЫ</b> . . . . .	257
§ 1. Существование экстремального элемента . . . . .	257
§ 2. О моносплайнах, наименее уклоняющихся от нуля в равномерной норме . . . . .	262
§ 3. Необходимые условия оптимальности . . . . .	264
§ 4. Единственность оптимального моносплайна . . . . .	272
§ 5. Редукция к периодическому случаю . . . . .	281
§ 6. Оценка нормы оптимального моносплайна . . . . .	283
<b>ГЛАВА 9. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛОВ</b> . . . . .	286
§ 1. Двойственность . . . . .	287
§ 2. Существование и единственность оптимальных методов восстановления . . . . .	292
§ 3. Наилучшие квадратурные формулы для соболевских классов функций . . . . .	297
§ 4. Квадратурные формулы на классах сверток . . . . .	305

ГЛАВА 10. <b>ЧЕБЫШЕВСКИЕ СПЛАЙНЫ</b> . . . . .	311
§ 1. Двойственность . . . . .	311
§ 2. Свойства моносплайнов . . . . .	322
§ 3. Моносплайны минимальной нормы . . . . .	326
§ 4. Оптимальное восстановление функционалов . . . . .	330
§ 5. Единственность квадратурной формулы . . . . .	331
ГЛАВА 11. <b>ОПТИМАЛЬНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ</b> .	345
§ 1. Совершенные сплайны . . . . .	345
§ 2. Замыкание множеств совершенных сплайнов . . . . .	350
§ 3. Совершенные сплайны минимальной $L_\infty$ -нормы . . . . .	353
§ 4. Существование оптимальных в $L_p$ -норме сплайнов . . . . .	360
§ 5. Единственность оптимального сплайна . . . . .	370
§ 6. Точные оценки приближения интерполяционными сплайнами	375
§ 7. Оптимальное восстановление функций . . . . .	382
<b>КОММЕНТАРИИ</b> . . . . .	386
<b>ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ</b> . . . . .	392
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ</b> . . . . .	394