

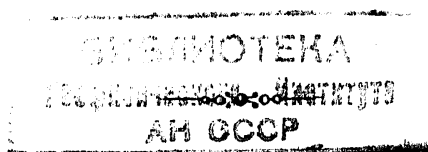
О ФУНКЦІЯХЪ
МАЛО УДАЛЯЮЩИХСЯ ОТЪ НУЛЯ

ПРИ НѢКОТОРЫХЪ ВЕЛИЧИНАХЪ ПЕРЕМѢННОЙ.

П. ЧЕБЫШЕВА.

Читано въ засѣданіи Физико-Математическаго Отдѣленія Императорской
Академіи Наукъ 23 декабря 1880 года.

ПРИЛОЖЕНИЕ КЪ XL-му ТОМУ ЗАПИСОКЪ ИМП. АКАДЕМІИ НАУКЪ
№ 3.



САНКТПЕТЕРБУРГЪ. 1881.

ПРОДАЕТСЯ У КОМИСИОНЕРОВЪ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ:

Н. Глазунова, въ С. П. Б.

Н. Киммеля, въ Ригѣ.

Эггерса и Комп., въ С. П. Б.

Цѣна 15 коп.

О ФУНКЦІЯХЪ
МАЛО УДАЛЯЮЩИХСЯ ОТЪ НУЛЯ

ПРИ НѢКОТОРЫХЪ ВЕЛИЧИНАХЪ ПЕРЕМѢННОЙ.

П. ЧЕБЫШЕВА.

Читано въ засѣданіи Физико-Математическаго Отдѣленія Императорской
Академіи Наукъ 23 декабря 1880 года.

ПРИЛОЖЕНІЕ КЪ XL-му ТОМУ ЗАПИСОКЪ ИМП. АКАДЕМІИ НАУКЪ.
№ 3.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ. 1881.

ПРОДАЕТСЯ У КОМИСИОНЕРОВЪ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ:

И. Глазунова, въ С. П. Б.

Эггерса и Комп., въ С. П. Б.
И. Киммеля, въ Ригѣ.

Цена 15 коп.

А

Напечатано по распоряженію Императорской Академіи Наукъ.
Санктпетербургъ. Май 1881 г.

Непремѣнный Секретарь, Академикъ *К. Веселовскій*.

ТИПОГРАФІЯ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ.

(Вас. Остр., 9 лин., № 12.)

А

О ФУНКЦИЯХ МАЛО УДАЛЯЮЩИХСЯ ОТЪ НУЛЯ ПРИ НѢКОТОРЫХЪ ВЕЛИЧИНАХЪ ПЕРЕМѢННОЙ.

§ 1. Если цѣлая функція $F(x)$ между предѣлами $x = -h$, $x = +h$ мало удаляется отъ нуля, за этими предѣлами она можетъ имѣть большую величину при x близкомъ къ $-h$ или $+h$ только въ томъ случаѣ, когда степень ея довольно высока. Мы теперь покажемъ какъ, по степени функціи $F(x)$ и высшему предѣлу уклоненія ея отъ нуля между $x = -h$, $x = +h$, можно найти высшій предѣлъ ея величины при какомъ нибудь значеніи $x = H$, не заключающемся между $x = -h$, $x = +h$. Такъ какъ введеніемъ постояннаго множителя въ функцію $F(x)$ можно въ желаемой пропорціи измѣнить всѣ значенія ея и между $x = -h$, $x = +h$, и при $x = H$, мы для простоты изложенія ограничимся предположеніемъ, что функція $F(x)$ такова, что значеніе ея при $x = H$ равняется нѣкоторой данной величинѣ M , и затѣмъ между цѣлыми функціями, удовлетворяющими условію

$$F(H) = M$$

и имѣющими данную степень n , будемъ искать ту, которая между $x = -h$, $x = +h$ наименѣе удаляется отъ нуля. Изображая черезъ L наибольшее уклоненіе отъ нуля такой функціи между $x = -h$, $x = +h$, и замѣчая, что для всякой другой

функции той-же степени n и приводящейся къ M при $x = H$, наибольшее уклонение отъ 0 между $x = -h$, $x = +h$ будетъ превосходить L , мы заключаемъ, что отношеніе

$$\frac{M}{L},$$

получаемое изъ разсмотрѣнія этой функции, будетъ представлять высшій предѣлъ отношенія значенія цѣлой функции степени n при $x = H$ къ наибольшему уклоненію ея отъ нуля между $x = -h$, $x = +h$.

§ 2. Приступая къ опредѣленію функции $F(x)$ подъ выше-сказанными условіями, мы замѣчаемъ, что она, будучи степени n и приводясь къ M при $x = H$, должна представляться такою формулою:

$$(1) \dots F(x) = (p_1 x^{n-1} + p_2 x^{n-2} + \dots + p_{n-1} x + p_n)(x - H) + M,$$

гдѣ $p_1, p_2, \dots, p_{n-1}, p_n$ постоянныя количества. Эти постоянныя въ разсматриваемой нами функции опредѣляются тѣмъ условіемъ, что она отъ $x = -h$ до $x = +h$ остается въ предѣлахъ $-L$, $+L$, между которыми ни одна функция того-же вида и при тѣхъ-же величинахъ x не можетъ оставаться. Для опредѣленія значенія постоянныхъ $p_1, p_2, \dots, p_{n-1}, p_n$ на основаніи этого условія мы воспользуемся первою теоремою Мемуара нашего, подъ заглавіемъ: *Sur les questions de minima qui se rattachent à la représentation approximative des fonctions* *). Теорема эта можетъ быть применима къ опредѣленію коэффициентовъ функции $F(x)$, такъ какъ эта функция и ея производныя остаются непрерывными и конечными между $x = -h$ и $x = +h$.

На основаніи этой теоремы и изображая черезъ

$$x_1, x_2, \dots, x_\mu$$

различныя величины переменнѣй x , при которыхъ функция $F(x)$

*) Mémoires de l'Académie Imperiale des Sciences de S.-Petersbourg. Sixième Série. Sciences mathématiques et physiques. Tome VII.