



Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение  
высшего образования «ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»  
(Финансовый университет)

**В.В. Щиголев**

# **ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЯ**

*Учебник*



Москва  
2024

УДК 512  
ББК 22.143  
Щ76

**Рецензенты:**

*Дерябина Г.С.*, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, кандидат физико-математических наук;

*Рылов А.А.*, доцент Департамента математики факультета информационных технологий и анализа больших данных Финансового университета при Правительстве Российской Федерации, кандидат физико-математических наук, доцент.

**ЩигOLEV В.В.**

**Щ76    *Линейная алгебра и её приложения: Учебник /***  
**В.В. ЩигOLEV. — М.: Прометей, 2024. — 152 с.**

ISBN 978-5-00172-634-0

В учебнике рассматриваются основные понятия общей и линейной алгебры. От читателя предполагается владение элементарными понятиями школьной математики, такими как действительные числа, функции действительного аргумента, решение квадратных уравнений и т.д.

В первой вводной главе излагаются основные понятия теории множеств, а также определения и основные свойства таких объектов общей алгебры, как группы, кольца и поля. Кроме того, более подробно обсуждаются свойства колец многочленов от одной переменной и построение поля комплексных чисел.

Во второй основной главе излагаются основы линейной алгебры. Вводятся векторные пространства и их размерность, евклидовы и эрмитовы пространства, матрицы и операции над ними, определители. Относительно всех этих понятий доказываются основные утверждения с использованием материала первой главы.

В качестве приложения изложенной теории доказывается теорема Фробениуса – Перрона. Этот важный результат теории неотрицательных матриц имеет как чисто математическое, так и экономическое значение.

Соответствует ФГОС ВО последнего поколения. Для студентов, обучающихся по направлению бакалавриата 01.03.02 и магистратуры 01.04.02 «Прикладная математика и информатика», а также по направлению бакалавриата 02.03.01 и магистратуры 02.04.01 «Математика и компьютерные науки».

ISBN 978-5-00172-634-0

© ЩигOLEV В.В., 2024

© Издательство «Прометей», 2024

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	5
<b>Глава 1. ОСНОВНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ .....</b>	<b>7</b>
1.1. Элементарная теория множеств .....	7
1.2. Группы .....	15
1.3. Кольца .....	24
1.4. Поля .....	32
1.5. Многочлены и алгебраические уравнения .....	35
1.5.1 Определения и основные свойства .....	35
1.5.2. Степень .....	38
1.5.3. Деление с остатком и теорема Безу .....	40
1.5.4. Рациональные корни .....	43
1.6. Комплексные числа .....	45
1.6.1. Построение через факторкольцо .....	46
1.6.2. Построение через пары .....	48
1.6.3. Модуль и аргумент .....	50
1.6.4. Сопряжение .....	52
1.6.5. Автоморфизмы .....	53
1.6.6. Поле $\mathbb{C}$ как метрическое пространство .....	55
1.6.7. Основная теорема алгебры .....	57
<b>Глава 2. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА .....</b>	<b>60</b>
2.1. Векторные пространства .....	60
2.1.1. Определение .....	60
2.1.2. Линейные комбинации, базис и размерность ...	61
2.1.3. Подпространства .....	68
2.1.4. Элементарные преобразования .....	72
2.2. Евклидовы пространства .....	73
2.2.1. Определение и неравенство Коши-Буняковского .....	73
2.2.2. Процесс ортогонализации .....	75

2.2.3. Ортогональное дополнение . . . . .	78
2.2.4. Эрмитовы пространства . . . . .	80
2.2.5. Евклидовы и эрмитовы пространства как метрические . . . . .	84
2.2.6. Пространства $\ell_2(\mathbb{R})$ и $\ell_2(\mathbb{C})$ . . . . .	85
2.3. Матрицы . . . . .	87
2.3.1. Размер и виды матриц . . . . .	87
2.3.2. Операции над матрицами . . . . .	89
2.3.3. Элементарные преобразования . . . . .	94
2.3.4. Метод Гаусса . . . . .	95
2.3.5. Ранг матрицы . . . . .	97
2.3.6. Критерий обратимости через ранг . . . . .	100
2.3.7. Матрица перехода между базисами . . . . .	102
2.3.8. Координатный подход . . . . .	104
2.4. Определители . . . . .	105
2.4.1. Симметрическая группа . . . . .	105
2.4.2. Знак подстановки . . . . .	107
2.4.3. Определение и примеры . . . . .	113
2.4.4. Основные свойства . . . . .	114
2.4.5. Определитель произведения матриц над полем . . . . .	121
2.4.6. Определитель произведения матриц над коммутативным кольцом . . . . .	124
2.4.7. Разложение определителя по строке и столбцу . . . . .	126
2.4.8. Миноры . . . . .	129
2.5. Неотрицательные матрицы . . . . .	131
2.5.1. Собственные векторы и собственные значения . . . . .	131
2.5.2. Определения и элементарные свойства . . . . .	132
2.5.3. Продуктивные матрицы . . . . .	133
2.5.4. Подготовка к доказательству . . . . .	136
2.5.5. Доказательство теоремы Фробениуса-Перрона . . . . .	139
Список обозначений . . . . .	141
Предметный указатель . . . . .	146
Литература . . . . .	150